Hespéris-Tamuda LIV (2) (2019): 251-272

Burhān ʿalā jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah
Al-Muẓaffar Isfizārī
Dirāsa wa-Taḥqīq

"بُرْهَان عَلَى جَمْعِ المُرَبّعَاتِ المُتَوَالِيّة"
أَبُو حَاتِم بن إِسْماعِيل المُظَفّر الاسْفِزَارِي
دراسة وتحقيق

الخياطي الريفاعي
سلك الدكتوراه، جامعة محمد الخامس بالرباط

1. مقدمة

نهدف في هذه المقالة إلى دراسة وتحقيق نص رياضي قصير ينتمي للتقليد العلمي العربي الكلاسيكي. عنوان هذا النص هو: "**بُرْهَانٌ عَلَى جَمْعِ المُرَبّعَاتِ المُتَوَالِيَةِ**" للعالم الفارِسي المعروف المُظفّر الإسفزاري، واسمه الكامل هو أبو حاتم المظفّر بن إسماعيل الإِسْفِزاري، كما ورد في عنوان رسالته المنشورة ضمن هذه الدراسة. عاش الإسفِزاري بين القرنين5 و6 هـ/11 و12 م.[1] وقد درس محمد أبطوي متن الإسفزاري في الميكانيكا ضمن مشروع أكاديمي طموح يهدف إلى نشر المتن العربي في علم الأثقال الذي يغطي الميكانيكا النظرية العربية. وتسعى دراساته في هذا الميدان إلى إعادة تأويل موقع المساهمة

1. لم نفصّل القول في الأحداث المتعلقة بحياة الإسفزاري وسيرته العلمية لأن مؤرخ العلوم محمد أبطوي نشر حوله مجموعة دراسات حقّق فيها أعماله العلمية المعروفة في علمي الأثقال والحيل اللذان يشكلان معا الميكانيكا بمعناها القديم والوسيط، ضمن مجلد ضخم بعنوان: **مَتْنُ المُظفّر الإسفزَارِي فِي عِلْمَي الأَثْقَالِ وَالحِيَلِ**، راجع: محمد أبطوي وسليم الحسني، **متن المظفر الإسفزاري في علمي الأثقال والحيل: تحقيق ودراسة**، لندن: مؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي، 2013، وقد ترجم المؤلفان الكتاب إلى اللغة الإنجليزية سنة 2015:
Mohammed Abattouy, and Salim Al-Hassani, *The Corpus of al-Isfizārī in the Sciences of Weights and Mechanical Devices* (London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 2015).

العربية في تاريخ الميكانيكا، بغية رد الاعتبار إلى التقليد الميكانيكي العربي[2] في تشكل الأفكار الفيزيائية إبان المرحلة السابقة للعصر الحديث.[3]

وفي سياق العمل الدؤوب الذي أقبل عليه مؤرخو العلوم، منذ عقود، من أجل نشر المؤلفات العربية، إغناءً بذلك للمعرفة بالتقليد العلمي العربي الكلاسيكي الذي يزخر بنصوص تنتمي لمرحلة القرنين 3 و10م/9 و16م، نخصص هذه المساهمة لتحقيق ودراسة نص رياضي للإسفزاري لم يسبق نشره من قبل. ويضاف هذا النص الذي بقي مخطوطا إلى مؤلفات الإسفزاري المحقّقة، وهي: **مجموع في الحيل** و**إرشاد ذوي العرفان**، وكتاب **الآثار العلوية**، عسى أن يتفرغ دارسون آخرون لنشر مؤلفاته المخطوطة ودراستها، وإزاحة اللثام عن نصوصه العلمية المعروفة في الوقت الراهن، وهي رسائل قصيرة في موضوعات مختلفة.

قبل أن نتحدث عن مخطوط **بُرْهَانٌ عَلَى جَمْعِ الـمُرَبّعَاتِ الـمُتَوَالِيَةِ** وسياق اكتشافه، سنحدد منزلته ضمن المتن العلمي للإسفزاري كما نعرفه حاليا.

2. متن الإسفزاري العلمي

لا نجد في المصادر والموسوعات الكلاسيكية[4] إلا النزر اليسير من المعلومات عن حياة الإسفزاري ومؤلفاته، ولم تخصص له مقالات مستقلة إلا في كتابات المحدثين. ويرجع الفضل في التعريف بهذا العالم الفارسي إلى محمد أبطوي الذي درس معظم النصوص المعروفة للإسفزاري وحقّقها وعلّق عليها. وقد اعتمدنا على دراساته في جرد مؤلفات الإسفزاري والتعريف بها، نظرا للمجهود الذي بذله في تحقيقها والتعليق

---

2. استعملنا تعبير التقليد الميكانيكي العربي للدلالة على مجموع النصوص الميكانيكية المكتوبة باللغة العربية بغض النظر عن الأصول العرقية لمؤلّفيها.

3. انظر مقالته التالية بالعربية: "من علم الحيل إلى علم الأثقال: ولادة ثانية للميكانيكا،" في: **مفهوم التقدم في العلم**. (الرباط: منشورات كلية الآداب، 2004)، 89-109، ومنشوراته الموالية بالإنجليزية:

"The Arabic Tradition of *ʿIlm al-athqāl* (Science of Weights): Texts and Context," in *Etudes d'Histoire des Sciences Arabes*. Textes réunis et présentés par Mohammed Abattouy (Casablanca: Fondation du Roi Abdulaziz, 2007), 43-82; "The Corpus of Mechanics of Al-Isfizārī: Its Structure and Signification in the Context of Arabic Mechanics," in: *Micrologus* 24, special issue of "Micrologus' Conferences": *The Impact of Arabic Sciences in Europe and Asia. Micrologus. Nature, Sciences and Medieval Societies* (Florence: Sismel-Edizioni del Galluzzo, 2016), 121-72.

4. نعني المؤلفات التي اهتمت بالتأريخ للعلماء وطبقاتهم ومؤلفاتهم في شتى المجالات، من أهمها: **الفهرست** للنديم، **عيون الأنباء في طبقات الأطباء** لابن أبي أصيبعة، **إخبار العلماء بأخبار الحكماء** للقفطي، **وفيات الأعيان** لابن خلكان، و**كشف الظنون** لحاجي خليفة، و**الأعلام** للزركلي، وغيرها من المصادر.

عليها وفق المعايير الأكاديمية. وصلنا من المتن العلمي للإسفزاري مؤلفات متعددة في الرياضيات والآثار العلوية والميكانيكا.[5] ونقرأ في كتاب **تتمة صوان الحكمة** للبيهقي فقرة مهمة تعرّف بالاهتمامات العلمية للإسفزاري، وتبيّن ميادين اشتغاله في الرياضيات وعلم الفلك والميكانيكا وتذكر العلماء الذين عاصرهم الإسفزاري، خاصة الرياضي المعروف عمر الخيام.[6]

2 .1. المؤلفات الرياضية

ا. **اختصار كتاب الأصول لأقليدس**: نص قصير في الهندسة النظرية توجد منه نسخة وحيدة مخطوطة في المكتبة الوطنية الفرنسية بباريس (مخطوط 4/2458)، وعنوان هذا الاختصار كاملا هو: "المقالة الرابعة عشر من اختصار الإمام المظفّر الاسفرلدي[7] [الإسفزاري] لأصول أقليدس."[8] تفتتح المخطوطة بالبسملة وذكر العنوان واسم المؤلِّف، وفي نهاية الصفحة الثالثة من المخطوط يعلن الإسفزاري على تمام مقالته.تبدأ المقالة كما يلي: "بسم الله الرحمان الرحيم، المقالة الرابعة عشر من اختصار الإمام المظفر الإسفزاري **لأصول** أقليدس أحد عشر شكلا (...)،" وتنتهي بخاتمة مفادها: "تمت المقالة الرابعة عشر والحمد لله رب العالمين والصلاة على النبي محمد وآله الطيبين." فهذا مكتوب مستقل ومكتمل للإسفزاري حول المقالة الرابعة عشرة لكتاب **أصول الهندسة** لأقليدس، والتي ألفها أبسقلاوس (Hypsiclès) وأضيفت إلى كتاب أقليدس في التقليد العربي بعدما ترجمها إلى العربية قسطا بن لوقا.[9] ومن المحتمل أنه سعى إلى الاختصار والتركيز لأغراض تعليمية، وقد يكون النص الذي وصلنا في مخطوطة باريس الوحيدة، بدوره، تلخيص لاختصار أطول ألفه الإسفزاري للمقالات الثلاث عشر لكتاب **الأصول** لأقليدس، وربما يكون اختصار المقالة الرابعة عشر جزءً منه.[10] ومعلوم

---

5. أبطوي، **متن المظفر الإسفزاري**، 29.

6. **المرجع نفسه**، 31.

7. وقع تصحيف لاسم المؤلف من طرف دي سلان في **فهرس المخطوطات العربية بالمكتبة الوطنية بباريس** وقد صحّحناه ووضعناه بين معقوفتين مع المحافظة على العنوان الأصلي كما ورد في الفهرس.

8. M. le Baron De Slane, *Catalogue des manuscrits arabes*, Bibliothèque Nationale, Département des Manuscrits (Paris: Imprimerie nationale, 1883-1895), 434 [MS 258/4].

9. B. Vitrac, A. Djebbar, "Le Livre XIV des *Éléments* d'Euclide: versions grecques et arabes (seconde partie)," *SCIAMVS: Sources and Commentaries in the Exact Sciences*, vol. 13 (Tokyo: Japan Publications 2012), 3-156.

10. عبّر محمد أبطوي عن هذا الافتراض في دراسته: **متن المظفر الاسفزاري**، 35-36.

أن الباحث الفرنسي سيديو اهتم بنشر وترجمة هذا النص الرياضي للإسفزاري في كتابه حول العلوم الرياضية لدى أهل المشرق.[11]

ب. مقدمة في المساحة: ذكر ماكس كراوس هذا النص القصير في جرده للمخطوطات العلمية العربية بمكتبات إسطنبول. توجد نسخة منه في المكتبة السليمانية، (مجموعة لا له لي، رقم 2708، الترتيب 3، أوراق 19ظ23–ظ). يبدأ المخطوط كما يلي: "مقدمة في المساحة من إملاء المظفر الإسفزاري: اعلم أن الحبل ستون ذراعا بذراع الملك وبذراع البز تسعون ذراعا وبالشبر مائة وثمانون شبرا."[12]

ج. برهان على جمع المربعات المتوالية: وهو النص الرياضي الذي أفردناه بالدراسة والتحقيق في هذه المقالة.

2.2. الآثار العلوية

رسالة في الآثار العلوية: كتاب بالفارسية بعنوان: **رسالة آثار علوي،** أثر فاضل كامل حكيم معظم وفيلسوف مكرم خواجه أبو حاتم مظفر بن إسماعيل اسفزاري، حقّقه ونشره محمد تقي مدرس رضوى بالاعتماد على مخطوطات موجودة بمكتبات إيران.[13]

2. 3. الأثقال والحيل

ا. إرشاد ذوي العرفان إلى صناعة القفان: "نتوفر اليوم على هذه الرسالة في نسخة واحدة تحتفظ بها المكتبة الوطنية السورية بدمشق ضمن المجموع 4460، من الورقة 16 وجه إلى الورقة 24 وجه. والرسالة في هذا المخطوط غير مكتملة، حيث تنتهي ببتر في آخرها، يكمله ما أورده الخازني في المقالة الثانية لكتاب **ميزان الحكمة**.[14] وليس هناك

11. Louis Amélie Sédillot, *Matériaux pour servir à l'histoire des sciences mathématiques chez les grecs et les orientaux* (Paris: Librairie de Firmin Didot Frères, 1845), 414-16.

12. Max Krause, "Stambuler handschriften islamischer Mathematiker," *Quellen und Studien zur Geschischte der Mathematik, Astronomie und Physik*, Abteilung B, Studien [3 B3], 1936, 437-532; 483.

13. اثر فاضل كامل حكيم معظم وفيلسوف مكرم خواجه أبو حاتم مظفر بن إسماعيل اسفزاري، **رساله آثار علوي**، تصحيح وتحشيه محمد تقي مدرس رضوى، (تهران، انتشارات بنياد فرهنک، إيران، 2536 [1977])، ويشتمل الكتاب على ثلاثة أبواب، الباب الأول منها ثلاثة عشر فصلا والباب الثاني والثالث كل واحد منهما سبعة فصول.

14. الخازني، **كتاب ميزان الحكمة**، نُشر ضمن سلسلة دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن [1940]. نُشر نشرة نقدية بتحقيق فائزة العريضي بانسال [قرطاج: بيت الحكمة، 2008].

شک في نسبة الرسالة للإسفزاري، كما يثبت ذلک العنوان المكتوب بحروف بارزة على صفحة المخطوط الأولى."[15]

ب. مجموع في الحيل، توجد من هذا المجموع ثلاثة نسخ في حيدر آباد ومانشستر وطهران.

– مخطوطة حيدر آباد: "تحتفظ بهذا المخطوط مكتبة الجامعة العثمانية بحيدر آباد، مخطوط ق ع 620/هج، أوراق 1ظ–46ظ."[16]

– مخطوطة مانشستر: "يوجد هذا المخطوط بمكتبة جون رايلندز التابعة لجامعة مانشستر، ورقمه هو 351 (كان ترقيمه من قبل 419)، ويتكون من 100 ورقة (من 1ظ إلى 100ظ)، وهو أطول النسخ الثلاث المعروفة لنص **مجموع في الحيل**."[17]

– مخطوطة طهران: "تحتفظ مكتبة كلية الآداب بجامعة طهران (المعروفة بدانشكه أدبيات) بنسخة مخطوطة لقسم من **مجموع في الحيل** ضمن مخطوط إمام جمعة 197. ويتألف المخطوط من 70 ورقة (أوراق 1ظ–70ظ)."[18]

2. 4. العلم الطبيعي والنبات

رسالة الشبكة: توجد نسخة مخطوطة من هذا العمل في العلم الطبيعي والفلاحة والنبات بمكتبة **ملي ملک شهر** بطهران تحت رقم 3/3183، 31ظ–42و. وتبدأ المخطوطة بعد البسملة بالعبارة التالية: "رسالة الشبكة، تأليف فيلسوف الحكماء أبي [هكذا] المظفر الإسفزاري."[19] وتنتهي بالعبارة التالية "تمّ بتاريخ يوم الأحد السادس والعشرين من جمادى الاخر سنة تسع وأربعين وخمسمائة."[20]

---

15. أبطوي، **متن المظفّر الإسفزاري**، 44-45. وتعميقا للنظر في وصف مخطوط دمشق **لرسالة الإرشاد**، يُنظر الصفحات 54-56 من **المرجع نفسه**.
16. **المرجع نفسه**، 56.
17. **المرجع نفسه**، 58.
18. **المرجع نفسه**، 64.
19. **المرجع نفسه**، 37.
20. **رسالة الشبكة**، مكتبة ملي ملک شهر بطهران، مخطوط 3183/3، ورقة 31ظ. وتدل نهاية الرسالة بوضوح على تاريخ نسخها، كما تبين مقدمتها صحة نسبتها إلى الإسفزاري. وقد نُشِرت الرسالة محققة في: ألبرت نابليون كامبانيوني، **في دانشكاديه أدبيات تهران**، مجلد 5، عدد 3، 1377/1956، 39-52. وأُنظر للتفصيل في موضوعها ووصفها: أبطوي، **متن المظفّر الإسفزاري**، 37.

2. 5.الحرب وأحكامها

رسالة في أحكام الحرب واختيار الغالب والمغلوب: ورد هذا العنوان منسوبا إلى الإسفزاري ضمن الأعمال الذي ذكرها مدرس رضوي في مقدمة تحقيقه لكتاب **الآثار العلوية**.[21]

2. 6. علم الهيئــة

ساهم الإسفزاري في أبحاث الجماعة العلمية[22] التي أنجزت "**الزيج الملكشاهي**،" حيث يدرك الباحث في سيرته العلمية تعدد اهتماماته ودوره البارز ضمن الجماعة العلمية التي شارك معها في أبحاثه ومناظراته العلمية حسب ما ورد في بعض المصادر التاريخية. فالبَيْهقي (ت. 565هـ /1169–70م) في كتابه **تتمة صوان الحكمة** اعتبر أن الغالب على الإسفزاري هو "علم الهيئة" وكانت بينه وبين الخيّام الرياضي مناظرات علمية،[23] ويعزّز هذا القول شهادة سَمَرْقَندي (ت.556هـ/1161م) في كتابه **جهار مقالات** – المقالة الثالثة في علم النجوم وغزارة المنجّم في ذلك العلم –، حيث اجتمع شخصيّا مع كل من الإسفزاري والخيّام سنة 1112م بمدينة بلْخ (أفغانستان حاليا).[24] والشهادة الثالثة التي تؤكد اندراج الإسفزاري ضمن المشتغلين في علم الفلك والهيئة ما ذكره ابن الأثير (ق. 13م) في كتابه **الكامل في التاريخ**، عن الرّصد الذي أمر به السلطان ملكشاه (ق. 11م)، حين كلّف جماعة من أعيان المنجّمين لإنجازه وكان من بينهم: عمر بن إبراهيم الخيّامي (ق.12م)، وأبو المظفّر الإسفزاري، وميمون بن النّجيب الواسطي (ق. 12م).[25] وعليه، يفترض وجود مؤلفات له في هذا الباب لم يعثر عليها تتصل بإنجازات الجماعة العلمية التي أجرت الرّصد الملكشاهي وانتهت بالعمل المعروف **بالزّيج الملكشاهي**.[26]

---

21. **رسالة اثار علوي**، 24.

22. وظّفنا مفهوم الجماعة العلمية في هذا المقال للدلالة على العمل الجماعي الذي اشترك فيه مجموعة من العلماء (الإسفزاري والخيام والواسطي والمعموري وآخرون) بدعوى من السلطان ملكشاه، ولا يُطابق المفهوم المعنى المتداول للجماعة العلمية في مؤلفات سوسيولوجيا العلوم المعاصرة.

23. ظهير الدين علي ابن زيد البيهقي، **تتمة صوان الحكمة**، نشر محمد الشافعي، لاهور، 1935، 119 -120.

24. نظامي عروضي سمرقندي، **كتاب جهار مقاله (أربعة مقالات)**، ترجمة محمد بن تاويت (الرباط: منشورات كلية الآداب والعلوم الإنسانية، مطبعة النجاح، 1982)، 159.

25. علي بن الأثير، **الكامل في التاريخ**، ج. 8 (بيروت: دار الكاتب العربي، الطبعة الثانية، 1378هـ[1967])، 121.

26. **الزيج الملكشاهي** زيج فلكي أنجزته جماعة علمية برعاية السلطان جلال الدولة ملك شاه السلجوقي ابتداء من سنة 467هـ/1074م. شارك في أعمال الرّصد الإسفزاري والخيام والواسطي والمعموري وآخرون. كان الهدف منه تعديل

هذا هو مجموع المؤلفات المعروفة للإسفزاري لحد الساعة، على حد علمنا، وحسب ما اطلعنا عليه من المصادر التي تؤرخ للتراث العلمي العربي وكذا مختلف الدراسات الأكاديمية وفهارس مكتبات المخطوطات العربية في مختلف أنحاء العالم.

3. وصف مخطوط "برهان على جمع المربعات المتوالية" وتحديد محتوياته

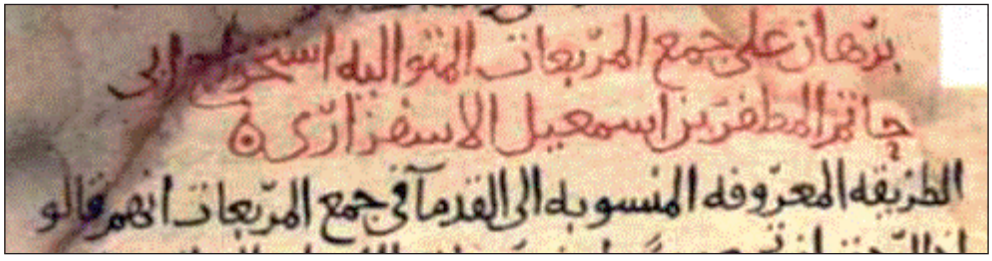
يرجع الفضل إلى محمد أبطوي الذي أحالنا على وجود هذا النص الرياضي غير المذكور في البيبليوغرافيات العربية والاستشراقية المهتمة بالتّراث العلمي العربي الرياضي المخطوط والمطبوع. وقد أمدّنا بنسخة مصورة عن مخطوطة وحيدة تحفظها مكتبة المسجد الأعظم بمدينة قم الإيرانية في المجموع 2025.[27] وبحثنا في فهارس المخطوطات الإيرانية وغير الإيرانية عن نسخة أخرى للمخطوط لعلنا نظفر بها للمقابلة والتحقيق الدقيق لكننا لم نعثر عليها. ومن المعلوم أن اكتشاف أي نص علمي جديد من شأنه المساعدة على فهم المسار التاريخي لتطور فكر المؤلِّف من جهة أولى، والإسهام في توفير المادة العلمية التي تغني معرفتنا بالتراث العلمي العربي من جهة ثانية.

تتألف المخطوطة من خمس صفحات من حجم متوسط، وتقدم نسخة كاملة لرسالة **البرهان**. تضررت بعض صفحات المخطوطة بفعل الرطوبة ما يجعل قراءة بعض الكلمات والحروف صعبا. ويتفاوت مجموع عدد الأسطر من صفحة لأخرى بمعدل 19 سطراً، والأمر نفسه ينطبق على مجموع كلمات كل سطر على حدة، بمعدل 10 كلمات في السطر الواحد، لأن المخطوط يحتوي رسوماً مصاحبة للبراهين الهندسية الواردة فيه. وقد كتبت النسخة بخطّ نسخي معتاد، وكُتِب المخطوط بلغة رياضية محضة بحكم الموضوع الذي يعالجه. ورد في بداية الصفحة الأولى عنوان المخطوط واسم المؤلف. لكن النسخة

التقويم السنوي وتعيين يوم ثابت لبداية السنة الإيرانية. وانتهت الجماعة العلمية من أعمال الرصد سنة 472هـ/1079م، فقيّدوا ما انتهوا إليه ونسبوه إلى السلطان ملكشاه، راجع آيدين صاييلي، **المراصد الفلكية في العالم الإسلامي**، ترجمة عبد الله العمر (الكويت: مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، 1995)، 245-251.

27. الرسالة هي النص الثاني في المجموع المذكور بمكتبة المسجد الأعظم بقم. كتب أبطوي: "عثرنا في فهرس مكتبة المسجد الأعظم بمدينة قم (إيران) على مخطوط يُنسب إلى المظفر بن إسماعيل الإسفزاري بعنوان **برهان على جمع المربعات المتوالية** [*Burhān ʿala jamʿi al-murabbʿāt al-mutawāliyah*]، (كتابخانه مسجد أعظم، مخ. 2025/2) ربما يتمحور موضوعه حول المربعات السحرية: انظر رضا استادي، **فهرست نسخ خطى كتابخانه مسجد أعظم قم**، قم، 1365، 534": (أبطوي، **متن المظفر الإسفزاري**، 36). ويطابق هذا القول معلومات فريد قاسملو في فهرس المخطوطات الرياضية بمكتبات إيران؛ وانظر أيضا: فريد قاسملو، **فهرستواره مشترک نسخه های خطی ریاضی در کتابخانه های ایران**، تهران، 1387، خورشیدی.

خالية من اسم الناسخ وتاريخ النسخ ومكانه، بيد أننا نخمّن أن يكون تاريخ نسخها حوالي 1155م وهو تاريخ نسخ **رسالة الشّبكة** المشار إليها أعلاه، حيث كتبها الناسخ بالقلم نفسه وتنتميان للمجموع نفسه. وكُتب العنوان واسم المؤلف والأشكال الهندسية بمداد أحمر بينما نُسخ بقية المتن بمداد أسود.



شكل 1: عنوان رسالة "**البرهان**" في المخطوطة.

تبدو الرسالة على العموم في حالة حفظ لابأس بها تسمح بقراءة المتن وفهم مضمونه المعرفي. لا نجد في نهاية الصفحات الكلمات التي توضّح نظام التعقيبة لتسلسل الأوراق، ولا نعلم هل يعود سبب ذلك إلى التصوير الإلكتروني الذي لم يلتقط أطراف الصفحات مما يترك تأويل مسألة الهوامش مفتوحا. لم نتدخل في النص إلا في حالة وجود أخطاء قد تعرقل القراءة وتفضي إلى صعوبة الفهم بكيفية صحيحة، وأضفنا علامات الوقف والفصل بين عبارات النص وكذلك ضبط الحروف كإضافة الهمزة، دون التقيّد بإثبات ذلك أسفل النص المحقّق.

وهذه هي الرموز المستعملة في إثبات النص:

- /: نهاية الصفحة.

- [...]: القوسان المربّعان يحصران ما نضيفه لفهم النص أو للتعويض عن سقط أو نقص.

- <...>: الزاويتان تحصران ما يصعب قراءته بسبب الرطوبة.

4. الكتابة الرمزية والتعليق الرياضي على المخطوط

4. 1. المتواليات في الرياضيات العربية: لمحة مختصرة

ذكر الإسفزاري في بداية رسالة "**البرهان**" طريقة القدماء في جمع المربعات المتوالية. وتدل المتواليات في مجال الرياضيات على تتابع منظّم لمجموع كميات أو أرقام. والمتواليات منها الحسابي والهندسي، ويكون الفرق بين كل حدّين متتابعين ثابت. ومادام الإسفزاري قد انطلق من أعمال القدماء لمقاربة موضوع رسالته، فإن هدفه يتحدد في تعزيز البرهان الهندسي على جمع المربّعات المتوالية، وذلك ما قام به معتمدا على أسلوب تبسيطي في التعليل والبرهان. ويظهر من خلال المخطوط اعتماده بشكل كبير على كتاب **الأصول** لأقليدس (عاش في القرن 3 ق.م). لكن معظم المؤلفات التي قاربت موضوع المتواليات في التقليد الرياضي العربي ارتكزت في القرن4هـ/11م بالخصوص. ويمكن أن نذكر هنا الأعمال الرياضية لعلماء رياضيات أمثال أبو بكر الكرجي (ق.11م) في كتابه **الفخري في الحساب**،[28] والحسن بن الهيثم (ق. 11م) عندما قام بحساب حجم الجسم الدوراني.[29] كما نجد حضورا لموضوع المربعات المتوالية في مرحلة متأخرة نسبيا عند غياث الدين الكاشي (ق.15م) في كتابه **مفتاح الحساب**.

لم يهتم الباحثون في التراث الرياضي العربي الكلاسيكي بموضوع المتواليات قدر اهتمامهم بالموضوعات الأخرى، باستثناء كتابات مؤرخ الرياضيات العربية أحمد سليم سعيدان. تحدث هذا الأخير عن المتواليات في مقدمات بعض المؤلفات الرياضية التي حقّقها، نذكر منها كتاب **مراسم الانتساب في علم الحساب** لـصاحبه يعيش بن إبراهيم الأموي (ق. 14م)،[30] وكتاب **الفصول في الحساب الهندي**لأبي الحسن أحمد بن إبراهيم الأقليدسي (ق. 10م).[31] ولذلك، نرجو أن تكون رسالة "**البرهان**" للإسفزاري

---

28. راجع ما يأتي: مقدمة كتاب أبو بكر محمد بن الحسن الكرجي، **الكافي في الحساب**، تحقيق سامي شلهوب، سلسلة تاريخ العلوم الرياضية (حلب: معهد تاريخ التراث العلمي العربي، 1986)، 13- 14؛ ونقولا فارس، **الجبر: ولادته وتطوره في التقليد الرياضي العربي** (بيروت: دار الفارابي، 2017)، 120-146.

29. يمكن الاطلاع على معظم نصوص ابن الهيثم الرياضية ضمن موسوعة **الرياضيات التحليلية**، التي نشرها رشدي راشد باللغتين الفرنسية والعربية، انظر: رشدي راشد، **الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة**، ترجمة نقولا فارس وآخرون (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية)، 2011.

30. يعيش بن إبراهيم الأموي، **مراسم الانتساب في معالم الحساب**، تحقيق أحمد سليم سعيدان، سلسلة تاريخ العلوم الرياضية (حلب: معهد تاريخ التراث العلمي العربي، 1981)، 15-19.

31. أبو الحسن أحمد بن ابراهيم الأقليدسي، **الفصول في الحساب الهندي**، تحقيق أحمد سليم سعيدان، سلسلة تاريخ العلوم الرياضية (حلب: معهد تاريخ التراث العلمي العربي، 1984)، 7-43.

ذخيرة إضافية لتغني التقليد الرياضي في مجال المتواليات أو المربعات المتوالية كما سمّاها الإسفزاري.

4. 2. التحليل الرياضي

يمكن تعريف المتوالية بوصفها تعبيرا عن تسلسل منظّم إما لأرقام أو كميات والناتج عنها كما أشرنا سلفا. وتنقسم المتواليات عموما إلى صنفين: متوالية نهائية لها حد أخير ومتوالية غير نهائية ليس لها حد أخير. ثم هناك المتوالية الحسابية التي يكون الفرق بين حدودها المتوالية ثابتا والمتوالية الهندسية التي تكون فيها نسب المحدود ثابتة. وقد قسّم بعض الرياضيين في الحضارة الإسلامية المتواليات إلى أنواع، فتحدث الأموي عن ستة منها: التشكيلية، المتوالية العددية، متوالية الأعداد الطبيعية، المتوالية الهندسية، المتوالية الضعيفة، المتوالية الاندراجية. ونجد قبله المتواليات الضعيفة والعددية والهندسية عند الأقليدسي، والمتوالية الاندراجية عند الكرجي الذي نظر في مجموع المربعات والمكعبات، ومعه ابن طاهر البغدادي (ق. 11م) الذي تحدث عن المتواليات التشكيلية البسيطة.[32]

ويندرج النص المحقّق ضمن سياق هذا التقليد الرياضي الخاص بالمتواليات والأعداد المربعة.[33] إذا كانت لدينا متوالية الأعداد التالية: 1، 2، 3، 4، ... فإننا نصل إلى الحد النوني للمتوالية عن طريق مكعبات بعدد الأعداد المذكورة، ويتم ذلك من خلال تأليف المكعبات المقابلة لكل عدد ثم نحدد أبعاد كل مربع.

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$4 \times 4 = 16$$

الطريقة المعروفة المنسوبة إلى القدماء في جمع المربعات:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

---

32. سعيدان، **مراسم الانتساب**، 13-20.

33. **المرجع أعلاه** 19؛ وعبد القاهر بن طاهر البغدادي، **التكملة في الحساب** (الكويت: المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، 1985)، 23.

$$= (1+2+3+\cdots+n)\times\left(\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}\right) = \frac{n(n+1)}{2}\times\frac{(2n+1)}{3}$$
$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

وهذا مثال الإسفزاري:

$$1^2+2^2+3^2+4^2 = (1+2+3+4)\times\left(\frac{2}{3}\times 4+\frac{1}{3}\right)$$
$$= 10\times\left(\frac{8+1}{3}\right)$$
$$= 10\times\left(\frac{9}{3}\right) = 10\times 3 = 30$$

إذن:

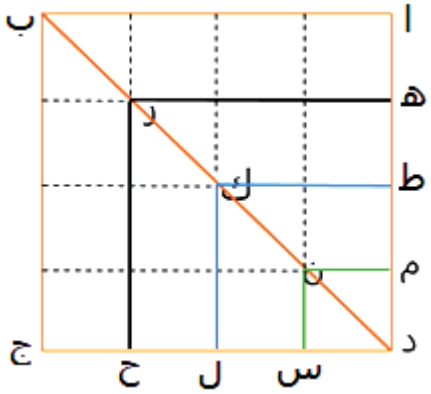
$$1^2+2^2+3^2+4^2 = 30$$

وهذا صحيح لأن:

$$1^2+2^2+3^2+4^2 = 1+4+9+16 = 30$$

البرهان:

نفترض أنه لدينا مربع $\overline{\text{ا جب د}}$، وليكن أربعة، أي أن ضلع هذا المربع يساوي أربعة. وليكن كل واحد من الآحاد التي نذكرها مكعبا هو واحد: أي أن كل واحد من الأربعة هو ضلع لمربع آخر داخل المربع الأكبر $\overline{\text{ا جب د}}$. وبواسطة هذا التقسيم نحصل على مربعات متوالية داخل المربع الأكبر $\overline{\text{ا جب د}}$ الذي يساوي ضلعه أربعة، ونستمر بنفس الطريقة حتى نصل إلى المربع $\overline{\text{م سن د}}$ الذي ضلعه واحد. مع الإشارة إلى أن هذه المربعات لها بعد ثالث، أي أنها مكعبات، وذلك حسب الشكل الآتي:



شكل 2

طريقة البرهان بالترجّع:

نبيّن أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

لأجل: $n = 1$

لدينا:

$$\frac{1(1+1)(2\times 1+1)}{6} = \frac{1\times 2\times 3}{6} = 1$$

وهذا صحيح:

$$= 1^2$$

نَفترض أن:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ونبيّن أن:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

لدينا:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

إذن:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (n+1)^2$$
$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$
$$= \frac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$$
$$= \frac{(n+1)[n(2n+1) + 6(n+1)]}{6}$$
$$= \frac{(n+1)(2n^2 + n + 6n + 6)}{6}$$
$$= \frac{(n+1)(2n^2 + 7n + 6)}{6}$$

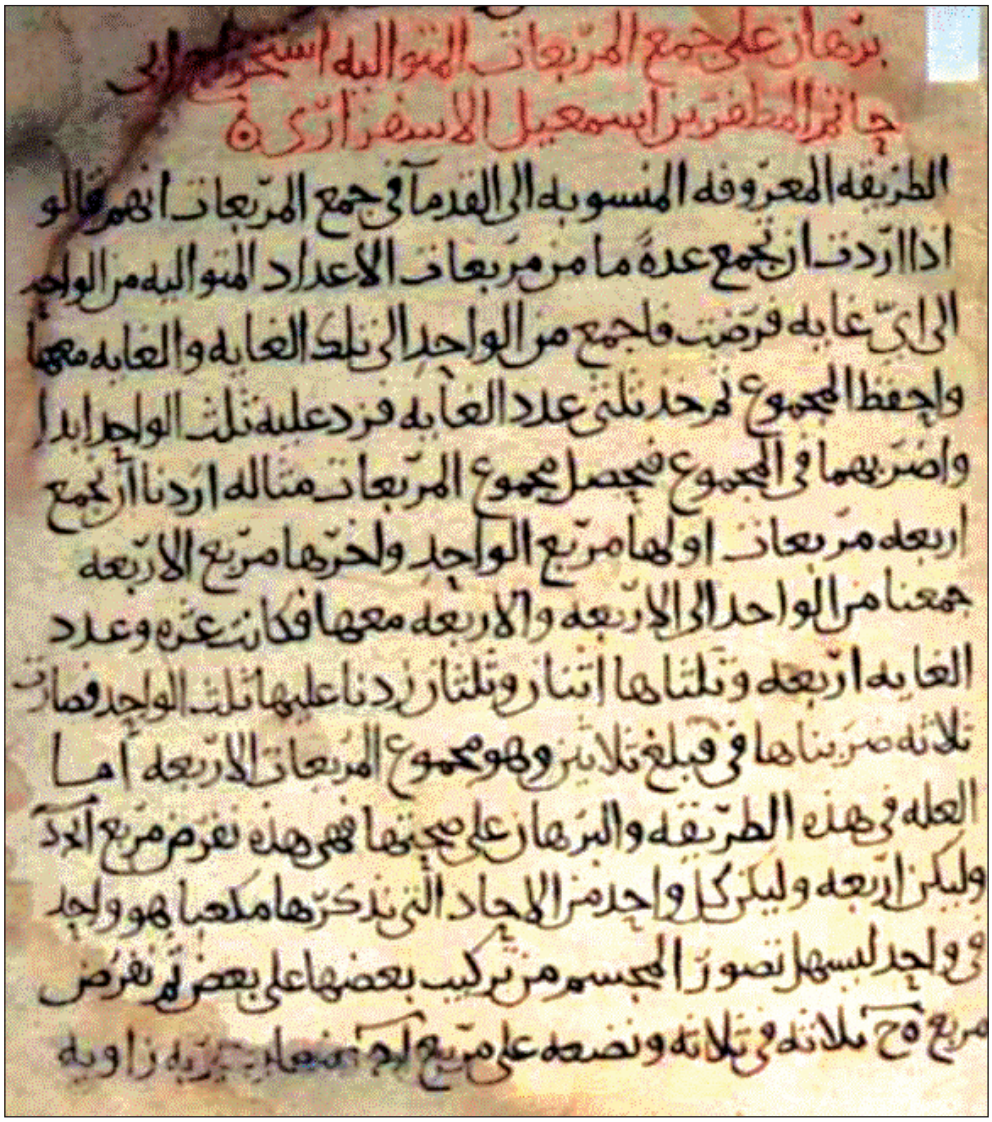
أي أنه:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$
$$= \frac{(n+1)[2n^2 + 3n + 4n + 6]}{6}$$
$$= \frac{(n+1)[n(2n+3) + 2(2n+3)]}{6} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

إذن وحسب مبدأ الترجع، لدينا:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. النصّ المحقّق



برهان على جمع المربعات المتواليه استخرجه
جابر المظفر بن اسمعيل الاسفزاري
الطريقه المعروفه المنسوبه الى القدما في جمع المربعات انهم قالو
اذا اردت ان تجمع عدة ما من مربعات الاعداد المتواليه من الواحد
الى اي غايه فرضت فاجمع من الواحد الى تلك الغايه والغايه معها
واحفظ المجموع ثم خذ ثلثي عدد الغايه فزد عليه ثلث الواحد ابدا
واضربهما في المجموع فيحصل مجموع المربعات مثاله اردنا ان نجمع
اربعه مربعات اولها مربع الواحد واخرها مربع الاربعه
جمعنا من الواحد الى الاربعه والاربعه معها فكانت عشره وعدد
الغايه اربعه وثلثاها اثنان وثلثا زدنا عليها ثلث الواحد فصارت
ثلاثه ضربناها في عشره بلغ ثلاثين وهو مجموع المربعات الاربعه اما
العله في هذه الطريقه والبرهان على صحتها فهو هذه نفرض مربع ابد
ولكن اربعه وليكن كل واحد من الاضلاع التي نذكرها ملعبا هو واحد
في واحد لنسهل تصور المجسم من تركيب بعضها على بعض ثم نفرض
مربع مح ثلاثه في ثلاثه ونضعه على مربع اب [illegible] زاويه

شكل 3: الصفحة الأولى من مخطوط **برهان على جمع المربعات المتوالية**، كتابخانه مسجد أعظم، مخ. 2/ 2025.

شكل 4: الصفحة الأخيرة من مخطوط **برهان على جمع المربعات المتوالية**، كتابخانه مسجد أعظم، مخ. 2/ 2025.

بُرْهَانٌ عَلَى جَمْعِ المُرَبَّعَاتِ المُتَوَالِيَةِ
اسْتِخْرَاجُ أَبِي حَاتِمٍ المُظَفَّر بْنُ إِسْمَاعِيل الإِسْفِزَارِي

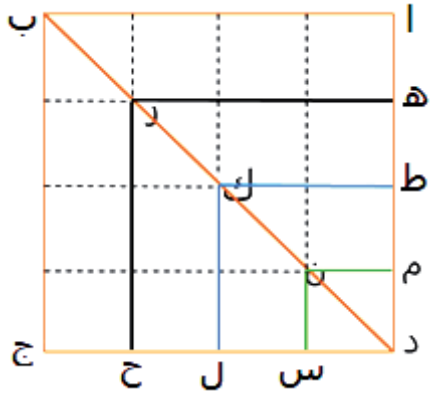
الطريقة المعروفة المنسوبة إلى القدماء في جمع المربعات أنهم قالو: إذا أردت أن تجمع عدّة ما من مربعات الأعداد المتوالية من الواحد إلى أي غاية فرضت، فاجمع من الواحد إلى تلك الغاية والغاية معها، واحفظ المجموع، ثم خذ ثلثي عدد الغاية، فزد عليه ثلث الواحد أبداً، واضربهما في المجموع، فيحصل مجموع المربعات.

مثاله: أردنا أن نجمع أربعة مربعات، أولها مربع الواحد وآخرها مربع الأربعة. جمعنا من الواحد إلى الأربعة والأربعة معها فكانت عشرة، وعدد الغاية أربعة وثلثاها اثنان وثلثان، زدنا عليها ثلث الواحد فصارت ثلاثة، ضربناها في فبلغ ثلاثين وهو مجموع المربعات الأربعة.

أما العلّة في هذه الطريقة والبرهان على صحتها فهي هذه: نفرض مربع ا جب د وليكن أربعة وليكن كل واحد من الآحاد التي نذكرها مكعّبا هو واحد في واحد ليسهل تصور المجسم من تركيب بعضها على بعض. ثم نفرض مربع هـ ح ثلاثة في ثلاثة، ونضعه على مربع > اج وضعا يصير به > زاوية / هـ د ح من مربع ثلاثة منطبقة على زاوية ا د ج من مربع أربعة. ونفرض مربع ط ل اثنين في اثنين، ونضعه فوقه على الوضع الذي ذكرناه، ثم نضع على ط ل مربع م س فتنطبق زوايا د من المربعات الأربعة، ونصيّر مجموعها مجسما قاعدته مربع ا جب د ويحيط بجوانبه سطوح.

أما جانب آ ب م ن فسطوح شبيهة بسطوح الدرج بعضها قائم على بعض، وكذلك جانب ب ج ن س، والسطحان الباقيان كل واحد منهما يحيط به خطان مستقيمان وخط مضرّس، فلو قطعنا من مكعب م س نصفه، وليكن منشورا وليمرّ القاطع بخط د س من السطح العالي، ويمرّ من السافل فيمرّ لا محاله بخط ك ط من السطح السافل من مربع ل ط، فيقطع منشورين من مكعبي م ك، ويمرّ أيضا بخط هـ ز، فيقطع ثلاثة مناشير من مكعبات ط ز، ويمرّ بخط ا ب فيقطع أربعة مناشير من مكعبات هـ ب، ثم فرضنا سطحا قاطعا يمرّ بخط ب ج من السطح السافل من هـ ز ح د، فإنه يمرّ بخط ك ل من السطح السافل من م س، وبخط م د من السطح العالي من م س، ويقطع هذا السطح ثلاثة مناشير من مكعبات ز ج، ومنشورين من مكعبي ك ح،

ومنشورا واحدا من مكعب ن ل ، ويقطع هذا السطح أيضا من كل واحد من مناشير د ن ، ن ك <، ك ز ، ز ب ، ثلثه الذي هو سدس > المكعب كما بيّنه أُقليدس[34] في **الأصول**/.



شكل 5

وإذ قد قطعنا من هذا الشكل هذه < الزوايا> التي ذكرناها يبقى منه مخروط يحيط به مربع وأربعة مثلثات كل واحد منها نصف مربع قاعدته يجب أن تأخذ مساحة ذلك المخروط، ونجمع معه ما أسقطنا من الزوائد، فيكون مجموع ذلك هو العدد المطلوب.

وأما مساحة المخروط، وهو العمل الأول، فبأن نضرب العمود المخرج من نقطة د من السطح العالي من مكعب م سن إلى نقطة د من السطح السافل من مربع ا ج، وهو عمود د المساوي لعدد الغاية وهو أربعة، في ثلث مربع <ا جب د < وإن شئت تضرب العمود في ثلثي نصف ا جب د ونصف ا جب د هو < مثلث ا د د > الباقي بعد إسقاط تضريساته، ويسمى مثلث ا د د الباقي المثلث الأعظم والتضريسات المسقطة المثلثات.

أما الزوائد المسقطة، فهي قسمان أحدهما المناشير التي هي أنصاف المكعبات وهي منشور ط ن ومنشورا هـ ك وثلاثة مناشي ا ز ومنشور ن ل ومنشور ا حك وثلاثة مناشير ز ج. والقسم الثاني هو أربعة أسداس المكعبات وهي المسقطة من كل واحدة من مكعبات د ن، ن ك، ز ك، ب ز.

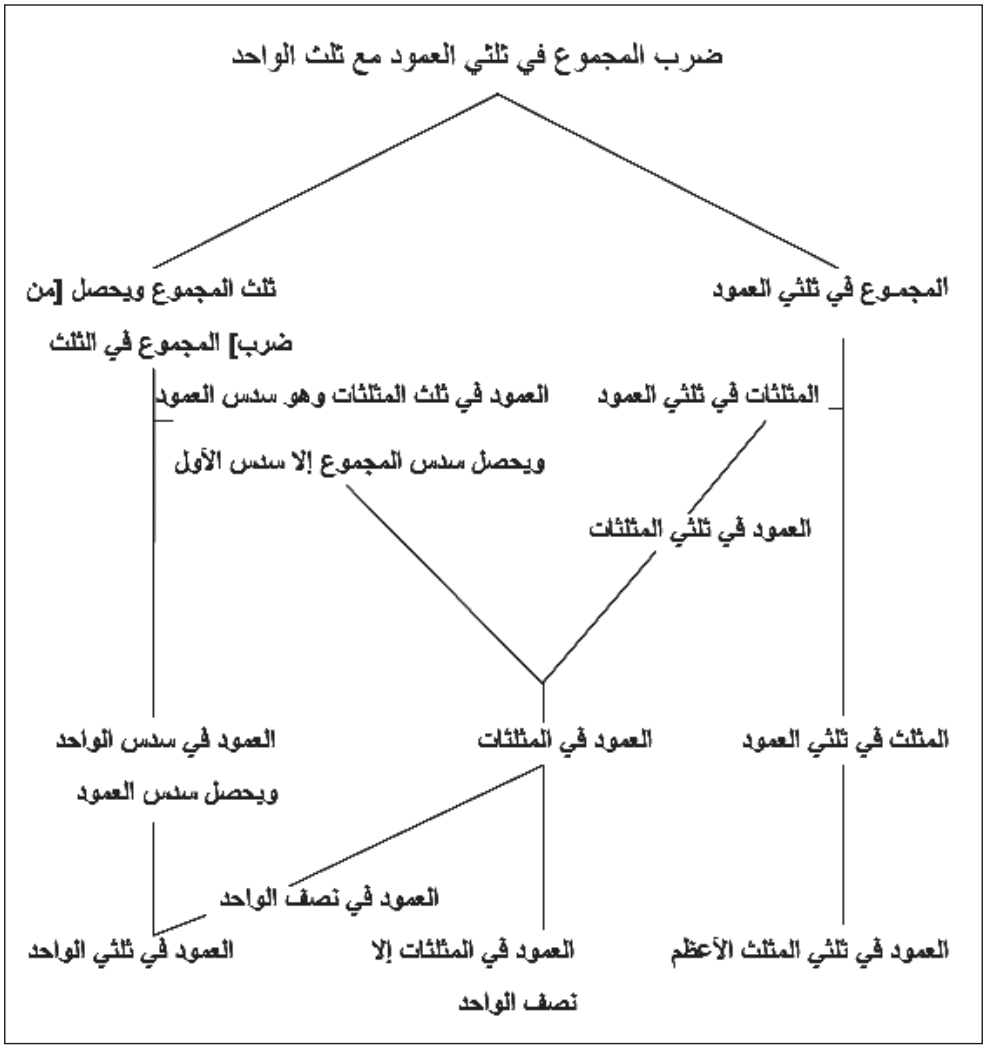
34. **أقليدس**: "أقليدس صاحب جُومِطريا ومعناه الهندسة، واسمه الكامل أقليدس بن نُوْقُطْرُس بن بَرَنِيقِس المُظهِر للهندسة المبرّز فيها، أقدمُ من أرْشِمِيدِس وغيره، وهو من الفلاسفة الرياضيين،" ويُطلق عليه **أقليدس الصّوري** و**أقليدس المهندس النجّار**، المتوفّى نحو سنة 295 ق.م، انظر النديم، **كتاب الفهرست**، ج2، تحقيق أيمن فؤاد السيد (لندن: مؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي، ط2 مزيدة ومنقّحة 2014)، 207.

أما مساحة المناشير، وهي العمل الثاني، فلأن عدة مناشير جانب واحد مبتدئة من الواحد على التوالي إلى أن تبلغ إلى عدد ينقص عن عدة المربعات بواحد. والطريق في جمع الأعداد المتوالية من الواحد إلى عدد مفروض، أن تزيد على المفروض واحدا ونضربه في نصف المفروض، وإذا زدنا الواحد على هذا المفروض يصير مثل العمود المساوي لعدة المربعات، فيجب أن نضرب العمود في نصف مربعات زآ الثلاثة ونأخذها كعابا صِحَاحاً لا مناشير لئلاّ نحتاج إلى جمع < مناشير لن، حكَ، زج، معها لأن > / منشورين منها مثل مكعب وبقي علينا أن نجمع معها الأربعة الأسداس المسقطة من مربعات القطر وهو العمل الثالث.

وطريقه: أن تضرب عدد مكعبات القطر، وهو عدد مساوٍ للعمود، في أربعة أسداس الواحد فتجتمع المسقطة من مكعبات القطر، وسواء ضربت العمود في أربعة أسداس الواحد أو ضربته في نصف الواحد ثم ضربته في سدس الواحد وجمعتهما، فنضم من هذا العمل ضرب العمود في نصف الواحد مع العمل الثاني وهو ضرب العمود في نصف مربعات زآ، فيصير العمل الثاني ضرب العمود في نصف مربعات به الأربعة، وهي أربعة مثلثات مساوية للمثلثات المسقطة من دا د لأجل التضريس، فصار العمل الثاني ضرب العمود في المثلثات المسقطة وبقي العمل الثالث ضرب العمود في سدس الواحد، ويكون المبلغ سدس العمود، والعمل الثاني وهو ضرب العمود في المثلثات، فنقسم قسمين: أحدهما ضرب العمود في ثلثي المثلثات، أعني ضرب المثلثات في ثلثي العمود، وإذا جمع مع العمل الأول وهو ضرب المثلث الكبير في ثلثي العمود، يصير ضرب مجموع الأعداد في ثلثي العمود، لأن المثلث الأعظم مع المثلثات المسقطة هي مجموع الأعداد.

والقسم الثاني، وهو ضرب العمود في ثلث المثلثات، يكون المبلغ ثلث مجموع الأعداد إلاّ سدس العمود، لأن العمود مع الواحد إذا ضرب في نصف العمود عند جمعنا الأعداد المتوالية يحصل المجموع. فإذا ضرب العمود في نصف العمود، يحصل المجموع إلا نصف العمود، فإذا ضرب العمود في سدس العمود وسدس العمود هو ثلث المثلثات، لأن المثلثات نصف العمود يحصل ثلث المجموع إلا سدس <العمود>، وإذا جمع مع الحاصل من العمل الثالث /وهو سدس العمود، يجتمع ثلث المجموع ويحصل من ضرب المجموع في ثلث الواحد، وإذا جمع مع مجموع العمل الأول، وهو ضرب

المجموع <في ثلثي> العمود، تجتمع جميع الأعمال الثلاثة، ويصير ضرب المجموع في ثلثي العمود مع ثلث الواحد كما قد أمر به القدماء. وهذا تشجير يسهل عند النظر إليه تفهم جميع ما ذكرناه.



شكل 6

تم البرهان والحمد لله رب العالمين > وصلواته على سيّدنا محمد النبي وآله< الطاهرين/.

Bibliographie

Abattouy, Mohammed. “Min ʿilm al-ḥiyal ilā ʿilm al-athqāl: Wilāda thāniya li-’l-mikānīkā.” In *Mafhūm al-taqaddum fī al-ʿilm*, 89-109. Rabat: Publications de la Faculté des Lettres, 2004.

_____. “The Arabic Tradition of *'Ilm al-athqāl* (Science of Weights): Texts and Context.” In *Etudes d’Histoire des Sciences Arabes*. Textes réunis et présentés par Mohammed Abattouy. Casablanca: Fondation du Roi Abdulaziz, 2007.

_____. *L’histoire des sciences arabes classiques, Bibliographie sélective critique*. Bibliographies 9. Casablanca: Fondation du Roi Abdul-Aziz, 2007.

_____. *The Corpus of Al-Isfizārī in the Sciences of Weights and Mechanical Devices. New Arabic Texts in Theoretical and Practical Mechanics from the Early XIIth Century. English Translation, Partial Analysis and Historical Context*. London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 2015.

_____. “The Corpus of Mechanics of Al-Isfizārī: Its Structure And Signification in the Context of Arabic Mechanics.” In *Micrologus* 24, special issue of “Micrologus’ Conferences”: *The Impact of Arabic Sciences in Europe and Asia. Micrologus. Nature, Sciences and Medieval Sociétés*. Florence: Sismel-Edizioni del Galluzzo, 2016.

Abattouy, Mohammed, and Salim Al-Hasani. *Matn al-Muẓaffar al-Isfizārī fī ʿilmay al-athqāl wa-’l-ḥiyal. Taḥqīq naqdī wa-dirāsa tārīkhiya li-nuṣūṣ jadīda fī taqlīd al-mīkānīkā al-ʿarabiya*. London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 2013.

_____. *The Corpus of Al-Isfizārī in the Sciences of Weights and Mechanical Devices*. London: Al-Furqān Islamic Heritage Foundation, 2015.

Al-Bayhaqī. *Tatimmat ṣiwān al-ḥikma.* Lahūr: nachr Mohammed al-chāfiʿī, 1935.

Al-amawī, yaʿīsh ben ibrāhīm. *Marāsim al-intisāb fī maʿālim al-ḥisāb.* Taḥqīq Ahmed salīm sʿ aidān. Ḥalab: Tārikh al-ulūm ar-riyādiya, ma’had tarīkh at-turāth al-ʿilmī al-ʿarabī, 1981.

Al-Baghdādī, abd al-qāhir ben Ṭaher. *At-Takmilah fī al-ḥisāb.* Al-kuweit: al-munaẓama al-ʿārabya li-tarbiya wa-thaqāfa wa-alʿulūm, 1985.

Al-Isfizārī, al-Muẓaffar. *Rīsālat al-shabaka*. Tahrān: maktabat mlī malik shahr, makhṭūṭ, 3/3183, waraqa 31ẓa.

Al-Isfizārī, al-Muẓaffar. *Burhān ʿala jamʿi al-murabbʿāt al-mutawāliyah,* kitābkhāna masjid aʿẓam, makhṭūṭ 2/2025.

Al-Isfizārī, al-Muẓaffar. *Risāla āthār u’lwī,* tasḥīḥ wa-taḥshya Mohammed taqī mudaris radawī. Tahrān: intishārāt binyād farhanq, Irān, 1977.

Al-karajī, abū baker Mohammed ben al-ḥasan. *Al-kāfī fī al-ḥīsāb.* Taḥqīq Sami shalhūb. Ḥalab: tārīkh al-ulūm al-ryādya, ma’had tarīkh at-turāth al- ʿilmī al-arabī, 1986.

Al-Khāzinī, Abū al-fateḥ ʿAbd al-Rahmān. *Kitāb mīzān al-ḥikma,* dāʾrat almaʾārif al-’uthmāniya, 1940.

Al-uqlīdisī, Abū al-ḥasan ahmed ben ibrāhīm. *Alfuṣūl fī al-ḥisāb alhindī*. Taḥqīq ahmed salīm sʿaidān. Ḥalab: tārīkh al-’ulūm ar-’ryādiya, ma’had tārīkh at-tūraṯ al-ʿilmī al-arabī, 1984.

An-Nadīm, Abū al-faraj ben isḥāq. *Kitāb al-fihrast*, vol 2. Taḥqīq ayman fuād al-sayed, London: muʾassasat al-furqān li-turāth al-islāmī, Ed 2 mazīdah wa-monaqqaḥah 2014.

De Slane, M. Le Baron. *Catalogue des manuscrits arabes. Bibliothèque Nationale*, Département des Manuscrits. Paris: Imprimerie nationale, 1883-1895.

Fāris, Niqūla. *Aljabr: wilādatuhu wa-taṭawuruh fī at-taqlīd ar-riyyādī al-ʿarabī.* Beirūt: dār al-fārābī, 2017.

Fihras kitabkhāna lā-lahu-lī, dār saʿādat, Irān, 1217heg.

Ibn al-Athīr, Alī. *Al-kāmil fī at-Tarīkh*. vol8. Beirūt: dār al-kātib al-ārabī , Ed2, 1967.
Max, Krause. "*Stambuler handschriften islamischer Mathematiker.*" Quellen und Studien zur Geschischte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung B, Studien3[B3], 1936.
Qasimlū, Farīd. *Fahrasatawara mushtarak nuskha hāy khaṭī riyādi dār kitābkhāna hāy Irān*, tahrān, 1387, khūrshidī.
Rashed, Rushdi. *Ar-riyyādiāt at-taḥlīlyah bayna alqarʿnayn: 3-5* Heg. Tarjama Niqūla fāris wa-akharūn. Beirūt: Markaz Dirāsāt al-waḥda al-ʿarabiya, Ed1, 2011.
Samarqandī, ʿarūdi niẓāmī. *Kitāb jihār maqālah.* Tarjamat Mohammed ben Tāwit. Ar-Ribāt: Manshūrāt kulliyyat al-ādāb wa-l'ulūm al-insāniyya, matbaʿt an-najāh, 1982.
Sayli, aydin. *Almarāṣid al-falakiyyah fī al-ʿālam al-islāmī.* Tarjama abd al-lāh al-ʿomar. Al-Kuweit: Muʿssasat al-Kuweit li-taqaddum al-ʿilmī, Ed1, 1995.
Sédillot, Louis Amélie. *Matériaux pour servir à l'histoire des sciences mathématiques chez les grecs et les orientaux*. Paris: Librairie de Firmin Didot Frères, 1845.
Vitrac, Bernard, Djebbar, Ahmed. "*Le Livre XIV des Éléments d'Euclide: versions grecques et arabes (seconde partie*)." *SCIAMVS: Sources and Commentaries in the Exact Sciences,* vol. 13: 3-156. Tokyo: Japan Publications 2012.

ملخص: "بُرْهَان عَلَى جَمْعِ المُرَبّعَاتِ المُتَوَالِيّة"، أَبُو حَاتِم بن إِسْماعِيل المُظَفّر الاسْفِزَارِي، دراسة وتحقيق

المقال عبارة عن دراسة نقدية وتحقيق لنص رياضي غير منشور، بعنوان: "**برهان على جمع المربعات المتوالية**" لمؤلف فارسي شهير هو أبو حاتم المظفر بن إسماعيل الاسفزاري. وتمثل المتواليات الرياضية تقليدا علميا قديما شهد تطورات متعاقبة في الرياضيات القديمة للبابليين والهنود واليونانيين.

وقد اهتم الباحثون في الحضارة الإسلامية في العصور الوسطى بالمتواليات واستخدموها كأدوات رياضية لحل المشكلات العلمية. ونقدم في هذه الدراسة، محتويات نص الاسفزاري من مخطوطة وحيدة موجودة في مكتبة الجامع الكبير لمدينة قم الإيرانية ضمن مجموع 2025، مع دراسة تاريخية لمحتواها الرياضي لمعرفة قيمتها في السياق العلمي للتقليد الرياضي العربي.

الكلمات المفتاحية: الرياضيات، المتواليات، الاسفزاري، تاريخ العلوم، التقليد.

Résumé: ***Burhān ʿala jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah Al-Muẓaffar Isfizārī.* Dirāsa wa-Taḥqīq**

L'article est une étude éditée et critique d'un texte mathématique non publié intitulé: "**Burhān ʿala jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah**" du célèbre écrivain persan Abu Hatem Al-Muzaffar ben Ismaël al-Isfizārī. La séquence mathématique est une ancienne tradition scientifique qui a connu des développements successifs dans les anciennes mathématiques des Babyloniens, des Indiens et des Grecs.

Les chercheurs de la civilisation islamique du Moyen Âge se sont intéressés aux séquences et les ont utilisées comme outils mathématiques pour résoudre des problèmes scientifiques. Nous présentons dans cette étude le contenu du texte d'Isfizārī extrait d'un manuscrit unique retrouvé dans la bibliothèque de la Grande Mosquée de la ville iranienne de Qom dans le volume 2025, et attaché à une étude historique de son contenu mathématique pour connaître sa valeur dans le contexte scientifique de la tradition mathématique arabe.

Mots clés: Mathématiques, des séquences, al-Isfizārī, Histoire de la science, Tradition

Abstract: ***Burhān ʿala jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah Al-Muẓaffar Isfizārī.* Dirāsa wa-Taḥqīq**

The article is an edited and critical study of an unpublished mathematical text entitled: "**Burhān'ala jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah**" by the famous Persian writer Abu Hatem al-Muzaffar bin Ishmael al-Isfizārī. The mathematical sequence is an ancient scientific tradition that has undergone successive developments in the ancient mathematics of the Babylonians, Indians and Greeks.

Researchers of the Islamic civilization of the middle Ages were interested in the sequences and used them as mathematical tools to solve scientific problems. In this study, we present the contents of Isfizārī's text from a single manuscript found in the library of the Great Mosque of the Iranian city of Qom in volume 2025, and attached to a historical study of its mathematical content to know its value in the scientific context of the Arab mathematical tradition.

Keywords: Mathematics, Sequences, al-Isfizārī, History of science, Tradition.

Resumen: ***Burhān ʿala jamʿi al-murabbaʿāt al-mutawāliyah Al-Muẓaffar Isfizārī.* Dirāsa wa-Taḥqīq**

El artículo es un estudio crítico y editado de un texto matemático inédito titulado: "**Burhān'ala jam'i al-murabba'āt al-mutawāliyah**" por el famoso escritor persa Abu Hatem al-Muzaffar bin Ishmael al-Isfizārī. La secuencia matemática es una antigua tradición científica que ha experimentado sucesivos desarrollos en las matemáticas antiguas de los babilonios, indios y griegos.

Los investigadores de la civilización islámica de la Edad Media se interesaron por las secuencias y las utilizaron como herramientas matemáticas para resolver problemas científicos. En este estudio, presentamos los contenidos del texto de Isfizārī de un único manuscrito encontrado en la biblioteca de la Gran Mezquita de la ciudad iraní de Qom en el volumen 2025, y adjuntado a un estudio histórico de su contenido matemático para conocer su contenido. Valor en el contexto científico de la tradición matemática árabe.

Palabras clave: Matemáticas, Secuencias, al-Isfizārī, Historia de la ciencia, Tradición